

| | | |
|---|---|--|
| الشعب: العلوم التجريبية – العلوم التجريبية الأصلية – العلوم الزراعية مدة الإنجاز: 3 ساعات المعامل: 7 | الإمتحان الوطني الموحد للباكالوريا (الدورة العادية : 2006) مادة الرياضيات | المملكة المغربية وزارة التربية الوطنية و التعليم العالي و تكوين الاطر و البحث العلمي قطاع التربية الوطنية |
| www.9alami.info | <p>التمرين الأول: (نقطتان)</p> <p>(0.75) حل المعادلة التفاضلية :</p> <p>(2) نعتبر المعادلة التفاضلية التالية : $y'' - 6y' + 9y = 2e^{3x}$ (E)</p> <p>أ - بين أن الدالة u المعرفة على \mathbb{R} بمايلي : $u(x) = x^2 e^{3x}$ هي حل خاص للمعادلة (E).</p> <p>ب - أعط الحل العام للمعادلة (E).</p> <p>التمرين الثاني : (أربع نقط)</p> <p>نعتبر في مجموعة الأعداد العقدية \mathbb{C} المعادلة : $z^2 - 2\sqrt{3}(1+i)z + 8i = 0$</p> <p>نرمز ب z_1 و z_2 لحلي المعادلة بحيث $\text{Re}(z_1) > \text{Re}(z_2)$</p> <p>(1) حدد z_1 و z_2 . (لاحظ أن : $(1-i)^2 = -2i$)</p> <p>(2) أ - بين أن : $z_1^2 = 4(\sqrt{3} + i)$ و $z_2 = iz_1$.</p> <p>ب - أكتب على الشكل المثلثي العدد العقدي $4(\sqrt{3} + i)$.</p> <p>ج - استنتج الشكل المثلثي لكل من العددين z_1 و z_2 .</p> <p>(3) نعتبر في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O; \vec{u}; \vec{v})$ النقطتين A و B اللتين لحقاها على التوالي z_1 و z_2 .</p> <p>أحسب $\arg\left(\frac{z_2}{z_1}\right)$ ثم استنتج أن المثلث OAB متساوي أضلاع .</p> <p>التمرين الثالث : (أربع نقط)</p> <p>نعتبر في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ النقطة $A(1, -1, 3)$</p> <p>و المستوى (P) الذي معادلته : $x - y + 3z = 0$.</p> <p>(1) أ - تحقق من أن : $\begin{cases} x = t \\ y = -t \\ z = 3t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$ تمثيل بارامتري للمستقيم (OA) .</p> <p>ب - حدد معادلة ديكارتية للمستوى (Q) العمودي على المستقيم في النقطة A .</p> <p>ج - تحقق من أن (P) يوازي المستوى (Q) .</p> <p>(2) نعتبر الفلكة (S) المماسية للمستوى (Q) في A و التي يقطعها المستوى (P) وفق الدائرة Γ التي مركزها O و شعاعها $\sqrt{33}$.</p> | <p>0.75</p> <p>0.75</p> <p>0.5</p> <p>0.75</p> <p>1</p> <p>0.25</p> <p>1</p> <p>1</p> <p>0.5</p> <p>0.75</p> <p>0.25</p> |
| | | |

0.75 أ - بين أن $\Omega(a,b,c)$ مركز الفلكة (S) ينتمي إلى (OA) ثم استنتج أن $b = -a$ و $c = 3a$.

1.25 ب - بين أن : $\Omega A^2 - \Omega O^2 = 33$ ثم استنتج أن $a - b + 3c = -11$.

0.5 ج - استنتج إحداثيات Ω مركز الفلكة (S) ثم بين أن شعاعها يساوي $2\sqrt{11}$.

مسألة : (10 نقط)

I (نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $[0, +\infty[$ بمايلي : $g(x) = \ln(1+x) - x$.

0.75 1 أ - أحسب $g'(x)$ لكل x من $[0, +\infty[$ ثم بين أن الدالة g تناقصية قطعاً على $[0, +\infty[$.

0.25 ب - استنتج أن : $g(x) \leq 0$ لكل x من $[0, +\infty[$.

0.5 2 بين أن : $0 < \ln(1+x) < x$ لكل x من $]0, +\infty[$.

II (نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x المعرفة بما يلي : $f(x) = x + \ln\left(\frac{x+1}{x-1}\right)$

و (C) هو المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم (O, \vec{i}, \vec{j}) . (الوحدة 1cm)

0.5 1 بين أن حيز تعريف الدالة f هو : $D =]-\infty, -1[\cup]1, +\infty[$.

0.5 2 أ - بين أن f دالة فردية .

0.5 ب - أحسب $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

0.75 3 أ - بين أن : $\forall x \in D \quad f'(x) = \frac{x^2 - 3}{x^2 - 1}$

0.5 ب - استنتج تغيرات الدالة f على المجال $]1, +\infty[$.

0.25 4 أ - تحقق من أن المستقيم (Δ) الذي معادلته $y = x$ مقارب مائل للمنحنى (C) .

0.5 ب - أدرس إشارة $\ln\left(\frac{x+1}{x-1}\right)$ (يمكن ملاحظة أن : $\forall x \in D \quad \frac{x+1}{x-1} = 1 + \frac{2}{x-1}$)

0.25 ج - استنتج الوضع النسبي للمنحنى (C) و المستقيم (Δ) .

1 5 أنشئ (C) في المعلم (O, \vec{i}, \vec{j}) (نأخذ $\sqrt{3} \approx 1,7$ و $f(\sqrt{3}) \approx 3$)

1.25 6 أ - بين أن : $\int_2^4 \ln\left(\frac{x+1}{x-1}\right) dx = 5 \ln 5 - 6 \ln 3$ (يمكن استعمال مكاملة بالأجزاء)

0.25 ب - استنتج ب cm^2 مساحة حيز المستوى المحصور بين المنحنى (C) و المستقيمت التي معادلاتها

على التوالي : $x = 2$ و $x = 4$ و $y = x$.

III (نعتبر المتتالية $(u_n)_{n \geq 2}$ المعرفة بما يلي : $u_n = f(n) - n$ لكل n من $\mathbb{N}^* - \{1\}$

0.25 1 أ - تحقق من أن $u_n = \ln\left(1 + \frac{2}{n-1}\right)$ لكل n من $\mathbb{N}^* - \{1\}$.

ب - بين أن المتتالية $(u_n)_{n \geq 2}$ تتناقصية . 0.75

(2 أ - بين أن $0 < u_n < \frac{2}{n-1}$ لكل n من $\mathbb{N}^* - \{1\}$. (يمكن استعمال نتيجة السؤال I (2)) 0.5

ب - أحسب : $\lim_{x \rightarrow +\infty} u_n$. 0.5